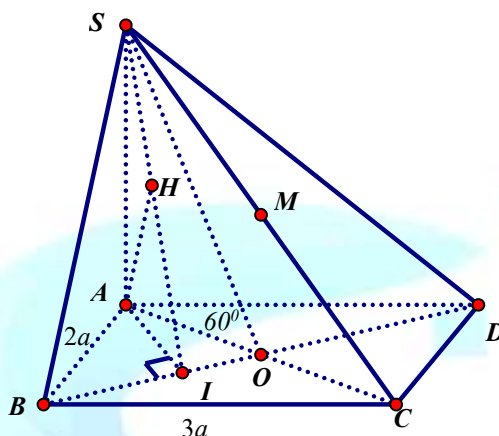


Bài toán 03/365. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật có $AB = 2a$, $AD = 3a$. SA vuông góc với mặt phẳng (ABCD). Góc giữa cạnh bên SC và mặt đáy bằng 60° . Gọi M là trung điểm của SC. Tính theo a khoảng cách từ M đến mặt phẳng (SBD)

Hướng dẫn giải



Ta có $SA \perp (ABCD)$ nên $(SO, (ABCD)) = (SO, AO) = \widehat{SOA} = 60^\circ$

Trong tam giác vuông SAO, ta có

$$SA = AO \cdot \tan O = \frac{1}{2} AC \cdot \tan O = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{AB^2 + BC^2} \cdot \tan O = \frac{1}{2} \sqrt{13a^2} \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{39}}{2}$$

$$\text{Ta có } \frac{1}{2} = \frac{SM}{SC} = \frac{d(M, (SBD))}{d(C, (SBD))} \Rightarrow d(M, (SBD)) = \frac{1}{2} d(C, (SBD))$$

$$\text{Ta lại có } 1 = \frac{AO}{CO} = \frac{d(A, (SBD))}{d(C, (SBD))} \Rightarrow d(C, (SBD)) = d(A, (SBD))$$

$$\text{Suy ra } d(M, (SBD)) = \frac{1}{2} d(C, (SBD)) = \frac{1}{2} d(A, (SBD))$$

Dựng $AI \perp BD$, ta có $SA \perp BD$ nên $BD \perp (SAI) \Rightarrow (SAI) \perp (SBD)$

Dựng $AH \perp SI$, ta có $BD \perp AH \Rightarrow AH \perp (SBD)$

Do đó $d(A, (SBD)) = AH$

$$\text{Trong tam giác vuông ABD, ta có } \frac{1}{AI^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{4a^2} + \frac{1}{9a^2} = \frac{13}{36a^2}$$

$$\text{Trong tam giác vuông SAI, ta có } \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AI^2} = \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{39}}{2}\right)^2} + \frac{13}{36a^2} = \frac{217}{468a^2}$$

$$\text{Vậy } d(M, (SBD)) = \frac{1}{2} d(C, (SBD)) = \frac{1}{2} d(A, (SBD)) = \frac{1}{2} AH = \frac{1}{2} a \sqrt{\frac{486}{217}}$$