

Bài toán 04/365. Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$. Gọi M là điểm thuộc parabol $(P): y = x^2 + 4$. Tính diện tích nhỏ nhất của tam giác ABM ?

Hướng dẫn giải

Ta có $y' = 3x^2 - 6x$, $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

Do đó đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ có hai điểm cực trị là $A(0;1), B(2;-3)$ và $AB = 2\sqrt{5}$

Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị là $AB: 2x + y - 1 = 0$

$$S_{ABM} = \frac{1}{2} AB \cdot d(M, AB) = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{5} \cdot \frac{|x^2 + 2x + 3|}{\sqrt{5}} = x^2 + 2x + 3 = (x+1)^2 + 2 \geq 2$$

Vậy $(S_{ABM})_{\min} = 2$